

# Автономная некоммерческая организация высшего образования

Документ подписан квалифицированным электронным способом  
Сертификат: 03561B9E0021AE10B9437ECB4C7521AC  
Владелец: "АНО ВО «РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»"; АНО  
Действителен: с 18.01.2022 по 25.02.2023

«Российский новый университет» (АНО ВО «РосНОУ»)

Таганрогский филиал



УТВЕРЖДАЮ

Директор филиала

Руденко М.Ю.

«23» января 2018 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

(наименование учебной дисциплины)

Уровень образовательной программы      бакалавриат  
Код и направление подготовки      38.03.01 Экономика  
Профиль(и)      Финансы и кредит  
Форма обучения      заочная

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры экономики, финансов и менеджмента Таганрогского филиала АНО ВО «РосНОУ» «23» января 2018, протокол №5

Программа обновлена, обновления утверждены на заседании кафедры экономики, финансов и менеджмента Таганрогского филиала АНО ВО «РосНОУ» «01» сентября 2018, протокол №1

Таганрог

2018 г.

## 1. НАИМЕНОВАНИЕ И ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» изучается обучающимися, осваивающими образовательную программу «Экономика» в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, квалификация (степень) бакалавр, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 ноября 2015 года № 1327 (ФГОС ВО 3+).

Целью курса является развитие у студентов навыков математического мышления, способностей к самостоятельной творческой работе.

Задачами курса являются: освоение студентами базовых знаний в области алгебры матриц; приобретение теоретических знаний в области алгебры; освоение математического аппарата и приобретение навыков в решении задач алгебры.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебная дисциплина Линейная алгебра относится к базовой и изучается на 1, 2 курсе.

2.1. Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо для изучения курса: "Информатика". Параллельно с дисциплиной изучаются: "Информационные технологии в профессиональной деятельности", "Математический анализ", «Теория вероятностей и математическая статистика», "Статистика".

2.2. Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Изучение курса «Линейная алгебра» необходимо для освоения других математических дисциплин: «Вычислительные методы в экономике».

Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств обеспечивается чтением лекций, проведением семинарских занятий в форме опроса и решения задач, содержание которых разработано на основе результатов научных исследований, проводимых Университетом, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся по программе бакалавриата должен овладеть:

**- Способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты и обосновать полученные выводы (ОПК-3)**

### Планируемые результаты обучения по дисциплине

Формируемая компетенция	Планируемые результаты обучения	Код результата обучения
Способностью выбрать инструментальные средства для	<b><u>Знать:</u></b> базовые понятия линейной алгебры	ОПК-3-31
	методы решения систем линейных алгебраических уравнений	ОПК-3-32



Матрицы										
2.	Матрицы	9	1	1					8	
Определители										
3.	Определители	9	1	1					8	
Обратная матрица										
4.	Обратная матрица	9	1	1					8	
Геометрические векторы										
5.	Геометрические векторы	4	2	1	1				2	
Введение в теорию линейных пространств										
6.	Введение в теорию линейных пространств	6	2	1	1				4	
Векторная алгебра										
7.	Векторная алгебра	7	3	1	2				4	
Системы линейных алгебраических уравнений										
8.	Системы линейных алгебраических уравнений	5	3	1	2				2	
Методы решения систем линейных алгебраических уравнений										
9.	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений	4							4	
Алгебраические линии и поверхности первого порядка										
10.	Алгебраические линии и поверхности первого порядка	2							2	
Элементы общей алгебры										
11.	Элементы общей алгебры	2							2	
Комплексные числа										
12.	Комплексные числа	0,3							0,3	
Промежуточная аттестация (зачет)										
13.	Промежуточная аттестация (зачет)	2	2			1,7	0,3			
Многочлены над произвольным полем										
14.	Многочлены над произвольным полем	9	1		1				8	
Алгебраические линии второго порядка на плоскости										
15.	Алгебраические линии второго порядка на плоскости	9	1		1				8	
Линейное пространство над произвольным полем										
16.	Линейное пространство над произвольным полем	9	1		1				8	
Евклидовы и унитарные пространства										

17.	Евклидовы унитарные пространства	и	9	1		1				8	
Линейные операторы											
18.	Линейные операторы		8							8	
Квадратичные формы											
19.	Квадратичные формы		8							8	
Поверхности второго порядка											
20.	Поверхности второго порядка		9,4							9,4	
Промежуточная аттестация (экзамен)											
21.	Промежуточная аттестация (экзамен)		4	4		1,6		2	0,4		

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ)

### Тема 1. Теоретико-множественные понятия .

Множества. Эквивалентность. Бинарное отношение. Отношение эквивалентности. Отображения. Определение, простейшие свойства. Произведение отображений. Обратное отображение. Перестановки (подстановки)  $n$ -го порядка.

### Тема 2. Матрицы .

Понятие матрицы. Матрицы специального вида. Операции над матрицами. Линейные операции. Умножение матриц. Транспонирование матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатой форме. Приведение к трапециевидной форме. Приведение к треугольной форме. Матрицы элементарных преобразований.

### Тема 3. Определители .

Перестановки. Понятие определителя. Построение определителя  $n$ -го порядка. Простейшие свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Определители второго и третьего порядков.

### Тема 4. Обратная матрица .

Условие обратимости. Понятие невырожденной матрицы. Понятие обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы. Приведение к диагональной форме. LU-разложение матрицы.

### Тема 5. Геометрические векторы .

Направленные отрезки. Свободный вектор. Линейные операции над векторами. Векторы на прямой, на плоскости и в пространстве.

### Тема 6. Введение в теорию линейных пространств .

Вещественное линейное пространство. Понятия линейной зависимости и линейной независимости. Геометрический смысл линейной зависимости. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Переход к другому базису.

### Тема 7. Векторная алгебра .

Координаты вектора. Аффинная система координат. Деление отрезка в данном отношении. Прямоугольные координаты. Проекции вектора и координаты. Скалярное произведение. Векторное и смешанное произведения. Преобразование координат. Ортогональная матрица. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Полярные координаты на плоскости и в пространстве.

### Тема 8. Системы линейных алгебраических уравнений .

Системы линейных алгебраических уравнений: совместные, несовместные, определенные,

неопределенные, однородные, неоднородные. Ранг матрицы. Метод Гаусса вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Связь между решениями однородной и неоднородной системами уравнений.

#### Тема 9. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений .

Решение систем линейных уравнений с квадратной невырожденной матрицей: правило Крамера, метод обратной матрицы. Метод Гаусса исследования и решения систем уравнений.

#### Тема 10. Алгебраические линии и поверхности первого порядка .

Понятие об уравнениях линии и поверхности. Уравнения прямой на плоскости и плоскости в пространстве. Полуплоскости и полупространства. Прямая на плоскости и плоскость в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат. Прямая в пространстве.

#### Тема 11. Элементы общей алгебры .

Понятия группы, подгруппы, конечной группы. Морфизмы групп. Понятия кольца и поля.

#### Тема 12. Комплексные числа .

Определение комплексных чисел, действия с ними. Поле комплексных чисел. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа. Формула Муавра.

#### Тема 13. Промежуточная аттестация (зачет) .

Вопросы к зачету

1. Множества. Эквивалентность. Бинарное отношение. Отношение эквивалентности.
2. Отображения. Определение, простейшие свойства. Произведение отображений. Обратное отображение.
3. Понятие матрицы. Матрицы специального вида. Линейные операции над матрицами. Примеры.
4. Операция умножения матриц. Транспонирование матрицы. Примеры.
5. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатой форме. Приведение матрицы к трапециевидной форме. Примеры.
6. Приведение матрицы к треугольной форме. Матрицы элементарных преобразований. Примеры.
7. Понятие перестановки. Понятие определителя. Построение определителя  $n$ -го порядка. Простейшие свойства определителя.
8. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Примеры.
9. Формулы расчета определителей второго и третьего порядков. Примеры.
10. Условие обратимости матрицы. Понятие невырожденной матрицы. Понятие обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы.
11. Приведение матрицы к диагональной форме. LU-разложение матрицы. Примеры.
12. Геометрические векторы. Свободные векторы. Линейные операции над векторами. Примеры.
13. Вещественное линейное пространство. Понятия линейной зависимости и линейной независимости. Геометрический смысл линейной зависимости.
14. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Переход к другому базису. Примеры.
15. Аффинная система координат. Прямоугольные координаты. Проекция вектора и координаты. Скалярное произведение векторов.
16. Векторное и смешанное произведения векторов.
17. Преобразование координат. Ортогональная матрица. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Полярные координаты на плоскости и в пространстве.
18. Системы линейных алгебраических уравнений: совместные, несовместные, определенные, неопределенные, однородные, неоднородные.
19. Ранг матрицы. Метод Гаусса вычисления ранга матрицы. Примеры.
20. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Связь между

решениями однородной и неоднородной системами уравнений.

21. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью правила Крамера.

Примеры.

22. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.

Примеры.

23. Метод Гаусса исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений.

Примеры.

24. Понятие об уравнениях линии и поверхности. Уравнения прямой на плоскости и плоскости в пространстве. Примеры.

25. Полуплоскости и полупространства. Прямая на плоскости и плоскость в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат. Прямая в пространстве. Примеры.

26. Понятия группы, подгруппы, конечной группы. Морфизмы групп. Понятия кольца и поля.

27. Определение комплексных чисел, действия с ними. Поле комплексных чисел. Изображение комплексных чисел на плоскости. Примеры.

28. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Примеры.

29. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа. Формула Муавра. Примеры.

30. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы. Примеры.

31. Метод Гаусса исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений. Примеры.

32. Понятие об уравнениях линии и поверхности.

33. Уравнения прямой на плоскости и плоскости в пространстве. Примеры.

34. Полуплоскости и полупространства.

35. Прямая на плоскости и плоскость в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат.

36. Прямая в пространстве. Примеры.

37. Понятия группы, подгруппы, конечной группы. Морфизмы групп.

38. Понятия кольца и поля.

39. Определение комплексных чисел, действия с ними. Поле комплексных чисел.

40. Изображение комплексных чисел на плоскости. Примеры.

41. Модуль и аргумент комплексного числа.

42. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Примеры.

43. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа.

44. Извлечение корня из комплексного числа.

45. Формула Муавра. Примеры.

#### **Тема 14. Многочлены над произвольным полем .**

Кольцо многочленов. Деление многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Метод Горнера. Основная теорема алгебры. Каноническое разложение многочлена над полем комплексных чисел. Многочлены над полем вещественных чисел.

#### **Тема 15. Алгебраические линии второго порядка на плоскости .**

Эллипс. Гипербола. Парабола. Канонические уравнения. Полярные уравнения. Общее уравнение линии второго порядка. Классификация линий второго порядка на плоскости.

#### **Тема 16. Линейное пространство над произвольным полем .**

Определение и терминология. Линейная зависимость. Ранг и база системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма подпространств. Линейное аффинное многообразие.

#### **Тема 17. Евклидовы и унитарные пространства .**

Скалярное произведение. Основные метрические понятия. Ортогональные векторы. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Ортогональная и

матрицы. QR-разложение. Матрица Грама. Ортогональное дополнение. Линейное аффинное многообразие в евклидовом (унитарном) пространстве.

#### Тема 18. **Линейные операторы** .

Определение и свойства линейного оператора. Матрица линейного оператора. Линейное пространство операторов. Умножение линейных операторов. Образ и ядро линейного оператора. Инвариантные подпространства. Обратный оператор. Собственные значения и векторы. Характеристический многочлен. Подобные матрицы. Сопряженное пространство. Самосопряженные (эрмитовы) операторы.

#### Тема 19. **Квадратичные формы** .

Квадратичные формы в линейном, вещественном и комплексном пространстве. Закон инерции. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Квадратичные формы в евклидовом и унитарном пространстве.

#### Тема 20. **Поверхности второго порядка** .

Алгебраические поверхности второго порядка. Общее уравнение. Приведенные уравнения. Канонические уравнения. Геометрические свойства. Цилиндрические поверхности. Поверхность вращения. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Конус второго порядка. Приведение общего уравнения центральной поверхности второго порядка к каноническому виду.

#### Тема 21. **Промежуточная аттестация (экзамен)** .

Вопросы к экзамену

1. Кольцо многочленов. Деление многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Метод Горнера. Примеры.

2. Основная теорема алгебры. Каноническое разложение многочлена над полем комплексных чисел. Многочлены над полем вещественных чисел.

3. Эллипс. Каноническое и полярное уравнения. Фокус. Эксцентриситет.

4. Гипербола. Каноническое и полярное уравнения. Фокус. Эксцентриситет.

5. Парабола. Каноническое и полярное уравнения. Фокус. Директриса.

6. Общее уравнение линии второго порядка. Классификация линий второго порядка на плоскости.

7. Линейное пространство над произвольным полем. Линейная зависимость. Ранг и база системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.

8. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства. Линейная оболочка.

9. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма подпространств. Линейное аффинное многообразие.

10. Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение. Основные метрические понятия.

11. Ортогональные векторы. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

12. Ортогональные и унитарные матрицы. QR-разложение. Матрица Грама.

13. Ортогональное дополнение. Линейное аффинное многообразие в евклидовом (унитарном) пространстве.

14. Определение и свойства линейного оператора. Матрица линейного оператора. Линейное пространство операторов.

15. Умножение линейных операторов. Образ и ядро линейного оператора. Инвариантные подпространства.

16. Обратный оператор. Собственные значения и векторы. Характеристический многочлен.

17. Подобные матрицы. Сопряженное пространство. Самосопряженные (эрмитовы) операторы.

18. Квадратичные формы в линейном, вещественном и комплексном пространстве. Закон инерции.

19. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

20. Квадратичные формы в евклидовом и унитарном пространстве.



21. Общее уравнение алгебраической поверхности второго порядка. Приведенные уравнения. Канонические уравнения. Геометрические свойства.

22. Цилиндрические поверхности. Поверхность вращения. Эллипсоид, гиперболоиды и параболоиды.

23. Конус второго порядка. Приведение общего уравнения центральной поверхности второго порядка к каноническому виду.

24. Векторы (основные определения).

25. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число).

Их свойства.

26. Проекция вектора на ось, свойства проекций.

27. Разложение вектора по ортам.

28. Модуль вектора.

29. Направляющие косинусы.

30. Система координат в пространстве.

31. Действия над векторами, заданными своими координатами.

32. Скалярное произведение векторов и его свойства.

33. Выражение скалярного произведения через координаты, применение к решению задач.

34. Векторное произведение векторов и его свойства.

35. Выражение векторного произведения через координаты векторов, применение к решению задач.

36. Смешанное произведение векторов и его свойства.

37. Выражение смешанного произведения через координаты векторов, применение к решению задач.

38. Система координат на плоскости.

39. Виды систем координат.

40. Приложения метода координат на плоскости (расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, площадь треугольника).

41. Преобразование системы координат (параллельный перенос, поворот осей координат).

42. Линии на плоскости. Основные понятия.

43. Способы задания линии на плоскости.

44. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Возможные частные случаи.

45. Общее уравнение прямой на плоскости. Возможные частные случаи.

46. Уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту.

47. Уравнение прямой, проходящей через две точки.

48. Уравнение прямой в отрезках на плоскости.

49. Уравнение прямой по точке и вектору нормали на плоскости.

50. Полярное уравнение прямой на плоскости.

51. Нормальное уравнение прямой на плоскости.

52. Основные задачи о прямой на плоскости (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, расстояние от точки до прямой).

53. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве и способы их задания.

54. Комплексные числа.

55. Вычисление значения мнимой единицы.

56. Решение комплексных уравнений.

57. Основные понятия векторной алгебры и аналитической геометрии.

58. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

59. Представление системы координат на плоскости и в пространстве.

60. Произведение векторов на плоскости и в пространстве.

61. Область применения векторного и скалярного произведений.

62. Вычисление угла между прямой и плоскостью, между двумя прямыми.

63. Применение параллельного переноса системы координат.

64. Вычисление площадей фигур векторным способом.

65. Область использования смешанного произведения.

## Планы семинарских занятий

### Тема 5. Геометрические векторы. .

Время - 1 час.

#### Основные вопросы:

Направленные отрезки. Свободный вектор. Линейные операции над векторами. Векторы на прямой, на плоскости и в пространстве.

### Тема 6. Введение в теорию линейных пространств. .

Время - 1 час.

#### Основные вопросы:

Вещественное линейное пространство. Понятия линейной зависимости и линейной независимости. Геометрический смысл линейной зависимости. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Переход к другому базису.

### Тема 7. Векторная алгебра. .

Время - 2 час.

#### Основные вопросы:

Координаты вектора. Аффинная система координат. Деление отрезка в данном отношении. Прямоугольные координаты. Проекция вектора и координаты. Скалярное произведение. Векторное и смешанное произведения. Преобразование координат. Ортогональная матрица. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Полярные координаты на плоскости и в пространстве.

### Тема 8. Системы линейных алгебраических уравнений. .

Время - 2 час.

#### Основные вопросы:

Системы линейных алгебраических уравнений: совместные, несовместные, определенные, неопределенные, однородные, неоднородные. Ранг матрицы. Метод Гаусса вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Связь между решениями однородной и неоднородной системами уравнений.

### Тема 14. Многочлены над произвольным полем. .

Время - 1 час.

#### Основные вопросы:

Кольцо многочленов. Деление многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Метод Горнера. Основная теорема алгебры. Каноническое разложение многочлена над полем комплексных чисел. Многочлены над полем вещественных чисел.

### Тема 15. Алгебраические линии второго порядка на плоскости. .

Время - 1 час.

#### Основные вопросы:

Эллипс. Гипербола. Парабола. Канонические уравнения. Полярные уравнения. Общее уравнение линии второго порядка. Классификация линий второго порядка на плоскости

### Тема 16. Линейное пространство над произвольным полем. .

Время - 1 час.

#### Основные вопросы:

Определение и терминология. Линейная зависимость. Ранг и база системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма подпространств. Линейное аффинное многообразие.

### Тема 17. Евклидовы и унитарные пространства. .

Время - 1 час.

#### Основные вопросы:

Скалярное произведение. Основные метрические понятия. Ортогональные векторы.

Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональная и унитарная матрицы. QR-разложение. Матрица Грама. Ортогональное дополнение. Линейное аффинное многообразие в евклидовом (унитарном) пространстве.

## **6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

6.1.1. Основные категории учебной дисциплины для самостоятельного изучения:

Алгебра — раздел математики, изучающий операции над элементами множеств произвольной природы, обобщающие обычные операции сложения и умножения чисел.

Верхне-треугольная матрица — квадратная матрица, у которой элементы, стоящие ниже главной диагонали, суть нули.

Вырожденная матрица — матрица, определитель которой равен нулю.

Главная диагональ матрицы — элементы матрицы, у которых номер строки совпадает с номером столбца.

Диагональная матрица — матрица, являющаяся одновременно и нижне- и верхне-треугольной.

Единичная матрица — квадратная матрица, у которой элементы главной диагонали равны единице, а прочие элементы суть нули.

Квадратная матрица — матрица, у которой число строк и столбцов совпадает.

Матрица — прямоугольная таблица чисел.

Матрица СЛАУ — матрица, составленная из коэффициентов при неизвестных, входящих в уравнения СЛАУ.

Матрица-столбец — матрица, состоящая из одного столбца.

Матрица-строка — матрица, состоящая из одной строки.

Матричное уравнение — уравнение, в котором в качестве неизвестного фигурирует матрица.

Минор элемента матрицы — определитель матрицы, полученной из исходной матрицы вычеркиванием строки и столбца, содержащих указанный элемент.

Невырожденная матрица — матрица, определитель которой отличен от нуля.

Неоднородная система линейных алгебраических уравнений — СЛАУ, у которой хотя бы один из свободных членов не равен нулю.

Неопределённая СЛАУ — СЛАУ, имеющая неединственное решение.

Несовместная СЛАУ — то же, что и неразрешимая СЛАУ.

Неразрешимая СЛАУ — СЛАУ, не имеющая решений.

Нижне-треугольная матрица — квадратная матрица, у которой элементы, стоящие выше главной диагонали, суть нули.

Обратимая матрица — матрица, у которой существует обратная матрица.

Обратная матрица для некоторой матрицы — матрица, которая при перемножении с исходной матрицей дает единичную матрицу.

Общее решение СЛАУ — совокупность всех решений системы.

Однородная система линейных алгебраических уравнений — СЛАУ, у которой все свободные члены суть нули.

Определённая СЛАУ — СЛАУ, имеющая единственное решение.

Определитель матрицы — сумма произведений элементов матрицы, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца со знаком плюс или минус.

Ортогональные векторы — векторы, скалярное произведение которых равно нулю.

Приведённая матрица — матрица, у которой в каждой ненулевой строке существует хотя бы один ненулевой элемент, в столбце которого все элементы суть нули.

Приведённая СЛАУ — СЛАУ, у которой матрица системы приведённая.

Присоединённая матрица — матрица, элементами которой являются алгебраические дополнения элементов транспонированной исходной матрицы.

Равносильные СЛАУ — системы, у которых общие решения совпадают.

Разрешимая СЛАУ — СЛАУ, имеющая хотя бы одно решение.

Ранг матрицы — максимальное число линейно независимых строк матрицы.

Расширенная матрица СЛАУ — матрица СЛАУ, к которой добавлен столбец свободных членов уравнений системы.

Решение СЛАУ — набор значений неизвестных системы, обращающий все уравнения системы в числовые равенства.

Симметричная матрица — матрица, совпадающая со своей транспонированной.

Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) — совокупность нескольких линейных алгебраических уравнений относительно одного набора неизвестных.

Скалярное произведение двух векторов — сумма произведений соответствующих координат этих векторов.

Совместная СЛАУ — то же, что и разрешимая СЛАУ.

Транспонированная матрица — матрица, в которой по отношению к исходной матрице строки и столбцы поменяны местами.

Элементарные преобразования матриц — три следующие преобразования строк матрицы:

1. перемена местами двух строк матрицы;

2. умножение строки матрицы на число, отличное от нуля;

3. прибавление к одной строке матрицы другой строки, умноженной на произвольное число.

системы:

- 1.перемена местами двух уравнений системы;
- 2.умножение обеих частей одного из уравнений системы на число, отличное от нуля;
- 3.прибавление к обеим частям одного уравнения соответствующих частей другого уравнения, умноженных на произвольное число.

6.1.2. Задания для повторения и углубления приобретаемых знаний.

№	Код результата обучения	Задания
1	ОПК-3-31	1. Дать определение матрицы
2	ОПК-3-31	2. Дать определение ранга матрицы
3	ОПК-3-32	3. Сформулировать определение линейных комбинации (если векторы линейно зависимы)
4	ОПК-3-32	4. Что такое система линейных алгебраических уравнений
5	ОПК-3-33	5. Сформулировать определение обратной матрицы
6	ОПК-3-33	6. Дать определение собственных значений и собственных векторов матрицы
7	ОПК-3-34	7. Рассказать алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса
8	ОПК-3-34	8. Дать определение фундаментальной системы решений СЛАУ

6.2. Задания, направленные на формирование профессиональных умений.

№	Код результата обучения	Задания
9	ОПК-3-У1	9. Определить, является ли квадратичная форма положительно определенной: см. приложение 1
10	ОПК-3-У1	10. Привести к каноническому виду квадратичную форму: см. приложение 1
11	ОПК-3-У2	11. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): см. приложение 1
12	ОПК-3-У2	12. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:
13	ОПК-3-У3	13. Привести к каноническому виду квадратичную форму: см. приложение 1
14	ОПК-3-У3	14. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием: см. приложение 1
15	ОПК-3-У4	15. Найти угол между вектором и плоскостью см. приложение 1
16	ОПК-3-У4	16. Найти объем параллелепипеда см. приложение 1

6.3. Задания, направленные на формирование профессиональных навыков, владений.

№	Код результата обучения	Задания
17	ОПК-3-В1	17. Найти наибольший общий делитель многочленов: см. приложение 1
18	ОПК-3-В1	18. Разделить многочлен см. приложение 1
19	ОПК-3-В2	19. Найти косинусы всех углов треугольника см. приложение 1
20	ОПК-3-В2	20. Найти площадь треугольника см. приложение 1
21	ОПК-3-В3	21. Привести к каноническому виду и определить тип поверхности: см. приложение 1
22	ОПК-3-В3	22. Решить уравнение по формуле Кардано: см. приложение 1
23	ОПК-3-В4	23. Представить комплексное число см. приложение 1
24	ОПК-3-В4	24. Вычислить: см. приложение 1

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Средства оценивания в ходе текущего контроля:

- письменные краткие опросы в ходе аудиторных занятий по учебной дисциплине;
- решение задач, проверка выполненных заданий и упражнений;
- выполнение заданий и упражнений в ходе семинаров и практических занятий, которые раскрываются в планах семинарских и практических занятий;
- ответы на вопросы при проведении зачета, экзамена.

7.2. ФОС для текущего контроля:

№	Код результата обучения	ФОС текущего контроля
1	ОПК-3-31	Задание 1 из раздела 6.1
2	ОПК-3-31	Задание 2 из раздела 6.1
3	ОПК-3-32	Задание 3 из раздела 6.1
4	ОПК-3-32	Задание 4 из раздела 6.1
5	ОПК-3-33	Задание 5 из раздела 6.1
6	ОПК-3-33	Задание 6 из раздела 6.1
7	ОПК-3-34	Задание 7 из раздела 6.1
8	ОПК-3-34	Задание 8 из раздела 6.1
9	ОПК-3-У1	Задание 9 из раздела 6.2
10	ОПК-3-У1	Задание 10 из раздела 6.2
11	ОПК-3-У2	Задание 11 из раздела 6.2
12	ОПК-3-У2	Задание 12 из раздела 6.2
13	ОПК-3-У3	Задание 13 из раздела 6.2
14	ОПК-3-У3	Задание 14 из раздела 6.2
15	ОПК-3-У4	Задание 15 из раздела 6.2
16	ОПК-3-У4	Задание 16 из раздела 6.2
17	ОПК-3-В1	Задание 17 из раздела 6.3
18	ОПК-3-В1	Задание 18 из раздела 6.3
19	ОПК-3-В2	Задание 19 из раздела 6.3
20	ОПК-3-В2	Задание 20 из раздела 6.3
21	ОПК-3-В3	Задание 21 из раздела 6.3
22	ОПК-3-В3	Задание 22 из раздела 6.3
23	ОПК-3-В4	Задание 23 из раздела 6.3
24	ОПК-3-В4	Задание 24 из раздела 6.3

7.3 ФОС для промежуточной аттестации:

Задания для оценки знаний.

№	Код результата обучения	Задания
1	ОПК-3-31	1 курс Вопросы к зачету 1-3 1. Множества. Эквивалентность. Бинарное отношение. Отношение эквивалентности. 2. Отображения. Определение, простейшие свойства. 3. Произведение отображений. Обратное отображение.

2	ОПК-3-31	<p>2 курс Вопросы к экзамену 1-15</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Действия над матрицами (сложение, вычитание матриц, умножение матрицы на число). Их свойства.</li><li>2. Действия над матрицами (умножение, транспонирование матриц). Их свойства.</li><li>3. Определители (основные понятия).</li><li>4. Вычисление определителей второго и третьего порядков.</li><li>5. Свойства определителей.</li><li>6. Дополнительный минор.</li><li>7. Алгебраическое дополнение.</li><li>8. Вычисление определителей четвертого и выше порядков.</li><li>9. Элементарные преобразования матриц.</li><li>10. Обратная матрица, её вычисление и свойства.</li><li>11. Базисный минор матрицы.</li><li>12. Ранг матрицы. Его свойства.</li><li>13. Эквивалентные матрицы.</li><li>14. Способы вычисления ранга матрицы.</li><li>15. Системы линейных алгебраических уравнений (основные понятия).</li></ol>
---	----------	--

3	ОПК-3-32	<p>1 курс          Вопросы к зачету 4-25          4. Понятие матрицы. Матрицы специального вида.          5. Линейные операции над матрицами. Примеры.          6. Операция умножения матриц. Транспонирование матрицы. Примеры.          7. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатой форме. Приведение матрицы к трапециевидной форме. Примеры.          8. Приведение матрицы к треугольной форме. Матрицы элементарных преобразований. Примеры.          9. Понятие перестановки. Понятие определителя.          10. Построение определителя n-го порядка. Простейшие свойства определителя.          11. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Примеры.          12. Формулы расчета определителей второго и третьего порядков. Примеры.          13. Условие обратимости матрицы. Понятие невырожденной матрицы.          14. Понятие обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы.          15. Приведение матрицы к диагональной форме. LU-разложение матрицы. Примеры.          16. Геометрические векторы. Свободные векторы.          17. Линейные операции над векторами. Примеры.          18. Вещественное линейное пространство. Понятия линейной зависимости и линейной независимости. Геометрический смысл линейной зависимости.          19. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Переход к другому базису. Примеры.          20. Аффинная система координат. Прямоугольные координаты.          21. Проекция вектора и координаты. Скалярное произведение векторов.          22. Векторное и смешанное произведения векторов.          23. Преобразование координат. Ортогональная матрица.          24. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Полярные координаты на плоскости и в пространстве.          25. Системы линейных алгебраических уравнений: совместные, несовместные, определенные, неопределенные, однородные, неоднородные.</p>
4	ОПК-3-32	<p>2 курс          Вопросы к экзамену 16-22          16. Решение невырожденных линейных систем.          17. Матричный метод решения систем уравнений.          18. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.          19. Решение произвольных систем уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.          20. Элементарные преобразования систем уравнений.          21. Метод Гаусса решения линейных систем.          22. Решение системы однородных линейных уравнений.</p>



5	ОПК-3-33	<p>1 курс          Вопросы к зачету 26-31          26. Ранг матрицы. Метод Гаусса вычисления ранга матрицы. Примеры.          27. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.          28. Связь между решениями однородной и неоднородной системами уравнений.          29. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью правила Крамера. Примеры.          30. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы. Примеры.          31. Метод Гаусса исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений. Примеры.</p>
6	ОПК-3-33	<p>2 курс          Вопросы к экзамену 23-41          23. Элементы векторной алгебры.          24. Векторы (основные определения).          25. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число). Их свойства.          26. Проекция вектора на ось, свойства проекций.          27. Разложение вектора по ортам.          28. Модуль вектора.          29. Направляющие косинусы.          30. Система координат в пространстве.          31. Действия над векторами, заданными своими координатами.          32. Скалярное произведение векторов и его свойства.          33. Выражение скалярного произведения через координаты, применение к решению задач.          34. Векторное произведение векторов и его свойства.          35. Выражение векторного произведения через координаты векторов, применение к решению задач.          36. Смешанное произведение векторов и его свойства.          37. Выражение смешанного произведения через координаты векторов, применение к решению задач.          38. Система координат на плоскости.          39. Виды систем координат.          40. Приложения метода координат на плоскости (расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, площадь треугольника).          41. Преобразование системы координат (параллельный перенос, поворот осей координат).</p>

7	ОПК-3-34	<p>1 курс Вопросы к зачету 32-45</p> <p>32. Понятие об уравнениях линии и поверхности. 33. Уравнения прямой на плоскости и плоскости в пространстве. Примеры. 34. Полуплоскости и полупространства. 35. Прямая на плоскости и плоскость в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат. 36. Прямая в пространстве. Примеры. 37. Понятия группы, подгруппы, конечной группы. Морфизмы групп. 38. Понятия кольца и поля. 39. Определение комплексных чисел, действия с ними. Поле комплексных чисел. 40. Изображение комплексных чисел на плоскости. Примеры. 41. Модуль и аргумент комплексного числа. 42. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Примеры. 43. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. 44. Извлечение корня из комплексного числа. 45. Формула Муавра. Примеры.</p>
8	ОПК-3-34	<p>2 курс Вопросы к экзамену 42-65</p> <p>42. Линии на плоскости. Основные понятия. 43. Способы задания линии на плоскости. 44. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Возможные частные случаи. 45. Общее уравнение прямой на плоскости. Возможные частные случаи. 46. Уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту. 47. Уравнение прямой, проходящей через две точки. 48. Уравнение прямой в отрезках на плоскости. 49. Уравнение прямой по точке и вектору нормали на плоскости. 50. Полярное уравнение прямой на плоскости. 51. Нормальное уравнение прямой на плоскости. 52. Основные задачи о прямой на плоскости (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, расстояние от точки до прямой). 53. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве и способы их задания. 54. Комплексные числа. 55. Вычисление значения мнимой единицы. 56. Решение комплексных уравнений. 57. Основные понятия векторной алгебры и аналитической геометрии. 58. Решение систем линейных алгебраических уравнений. 59. Представление системы координат на плоскости и в пространстве. 60. Произведение векторов на плоскости и в пространстве. 61. Область применения векторного и скалярного произведений. 62. Вычисление угла между прямой и плоскостью, между двумя прямыми. 63. Применение параллельного переноса системы координат. 64. Вычисление площадей фигур векторным способом. 65. Область использования смешанного произведения.</p>

Задания для оценки умений.

№	Код результата обучения	Задания
---	-------------------------	---------



7	ОПК-3-В4	В качестве фондов оценочных средств для оценки навыков, владений, опыта деятельности обучающегося используются задания 23, рекомендованные для выполнения в часы самостоятельной работы (раздел 6.3.).
8	ОПК-3-В4	В качестве фондов оценочных средств для оценки навыков, владений, опыта деятельности обучающегося используются задания 24, рекомендованные для выполнения в часы самостоятельной работы (раздел 6.3.).

## **8. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

а) основная литература:

1. Елькин, А. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / А. Г. Елькин. — Саратов : Вузовское образование, 2018. — 95 с. — ISBN 978-5-4487-0325-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>

2. Поддубная, М. Л. Линейная алгебра. Часть 1 : учебно-методическое пособие / М. Л. Поддубная, Е. Г. Свердлова. — Саратов : Вузовское образование, 2016. — 44 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/58325.html>

3. Сибирияков, Е. Б. Краткий курс линейной алгебры : учебное пособие / Е. Б. Сибирияков. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2015. — 39 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/45475.html>

б) дополнительная литература:

1. Емельянова, Т. В. Линейная алгебра. Решение типовых задач : учебное пособие / Т. В. Емельянова, А. М. Кольчатов. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 184 с. — ISBN 978-5-4486-0331-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/74559.htm>

2. Элементы линейной алгебры : учебное пособие / Т. А. Гулай, А. Ф. Долгополова, В. А. Жукова [и др.]. — Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, Сервисшкола, 2017. — 88 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/76710.html>

3. Ледовская, Е. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник задач : практикум / Е. В. Ледовская. — М. : Московская государственная академия водного транспорта, 2017. — 100 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/76710.html>

## **9. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЛЕКТОВ ЛИЦЕНЗИОННОГО И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМОГО ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

При изучении учебной дисциплины (в том числе в интерактивной форме) предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя:

пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint), OpenOffice;

веб-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer др.);

электронную библиотечную систему IPRBooks;

систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «ВКР-ВУЗ.РФ».

Для доступа к учебному плану и результатам освоения дисциплины, формирования Портфолио обучающегося используется Личный кабинет студента (он-лайн доступ через сеть Интернет <http://lk.rosnou.ru>). Для обеспечения доступа обучающихся во внеучебное время к электронным образовательным ресурсам учебной дисциплины, а также для студентов, обучающихся с применением дистанционных образовательных технологий, используется портал электронного обучения на базе СДО Moodle (он-лайн доступ через сеть Интернет <https://e-edu.rosnou.ru>).

## **10. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

<https://math.semestr.ru/math/lim.php> онлайн-ресурс для проверки правильности решения математических моделей

[https://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=maissl#1](https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=maissl#1) сайт по исследованию функций

<https://programforyou.ru/calculators/calculator-matric> сайт для решения матриц разных размерностей

## **11. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Изучение учебной дисциплины обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с Приказом Министерства образования и науки РФ от 9 ноября 2015 г. № 1309 «Об утверждении Порядка обеспечения условий доступности для инвалидов объектов и предоставляемых услуг в сфере образования, а также оказания им при этом необходимой помощи» (с изменениями и дополнениями), Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса, утвержденными Министерством образования и науки РФ 08.04.2014г. № АК-44/05вн, Положением об организации обучения студентов – инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, утвержденным приказом ректора Университета от 6 ноября 2015 года №60/о, Положением о Центре инклюзивного образования и психологической помощи АНО ВО «Российский новый университет», утвержденного приказом ректора от 20 мая 2016 года № 187/о.

Лица с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются электронными образовательными ресурсами, адаптированными к состоянию их здоровья.

Предоставление специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится преподавателями с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей обучающихся и специфики приема-передачи учебной информации на основании просьбы, выраженной в письменной форме.

С обучающимися по индивидуальному плану или индивидуальному графику проводятся индивидуальные занятия и консультации.

## **12. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Для проведения лекций и семинарских занятий используется лекционная аудитория, оборудованная экраном, компьютером и проектором, позволяющим осуществлять демонстрацию презентаций, либо компьютерный класс.

Занятия с инвалидами по зрению, слуху, с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводятся в специально оборудованных аудиториях по их просьбе, выраженной в письменной форме.

Автор (составитель) доктор  
технических наук, профессор

Астанин С.В.